

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

دانشگاه فنی و حرفه ای دختران ارومیه

درس تحقیق در عملیات ۲

جلسه پنجم

استاد: اکرم سلطانپور

# مثال‌های مربوط به مبحث تحلیل حساسیت

ب) z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$\bar{b}$
z	1	2	3	0	4
$x_1$	0	1	1	0	2
$s_2$	0	0	2	1	1

$$x_1: C_B B^{-1} a_1 - c_1 = (3, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$x_2: C_B B^{-1} a_2 - c_2 = (3, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$s_1: C_B B^{-1} a_{s_1} - c_{s_1} = (3, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - 0 = 3 - 0 = 3$$

$$\bar{b}: C_B B^{-1} b = (3, 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 6$$

مقدار مثبت به تغییر  $c_1$  حساس نیست است جواب چه حال ممکن خواهد بود

در مقدار مثبت از  $z=4$  به  $z=2$  افزایش پیدا کرده است.

مثال ۱: مقدار  $c_1$  را به همراه جدول استاندارد تغییر بکنیم.

$$\max Z = 2x_1 + 9x_2$$

$$s.t. \quad x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

مقادیر  $c_1$  از ۲ تا ۳ تغییر کند.

به تغییر در بهینه‌ها دارد.

z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
z	1	0	2	0	4
$x_1$	0	1	1	0	2
$s_2$	0	0	2	1	1

مقادیر  $c_1$  از ۲ به ۳ تغییر کند.

مقادیر  $c_2$  از ۹ به ۳ تغییر کند.

مقادیر  $c_3$  از ۰ به ۳ تغییر کند.

مثلاً تولید از محصول ۱ دو است

از سطح دوم یک واحد مانده و مصرف نمی‌شود

محصول ۱ تولید نمی‌شود

از سطح اول چیزی از این مانده

اگر سیاست تولید به صورت منفی باشد سود برابر خواهد بود  $Z=4$

با این فرض سود محصول ۱ از این ۳ در بازار بهترین راه کار آن است که در وقت

خوب از محصول ۱ به اندازه  $\frac{4}{3}$  (از محصول ۲ به اندازه  $\frac{1}{3}$ )  $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$  تولید کنیم

با این روز از مواد اولیه نوع ۱ در بازار چیزی نخواهد ماند (۰ و  $s_1$ ) با این روز سود هم

جواب  $\frac{9}{3}, 0, (\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$  خواهد شد.

جواب صحت و -

جواب عبارت چون معنی ایجاد شده

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$b$
Z	1	0	2	2	0	4
$x_1$	0	1	1	1	0	2
$s_2$	0	0	2	-1	1	1

درستون  $b$  تغییر ایجاد شده پس حساب

مقدار مثبت به تغییر این پارامتر حساب  
مثبت و غیر مثبت تولید به همان صورت صحیح خواهد ماند

$$C_B \beta \alpha_r - C_r = (2, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 0 = 2$$

مقدار مثبت چون - ایجاد شد پس حساب تغییرات چون  
مقدار مثبت تغییر کرد یعنی  $C_r$  در جدول ۲ تغییر پیدا کند  
مثبت چون  $C_r$  عنصر غیر پایه ای است فقط عنصر  $x_2$  در جدول ۲ تغییر پیدا کند

جدول ۲

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$b$
Z	1	0	2	2	0	4
$x_1$	0	1	1	1	0	2
$s_2$	0	0	2	-1	1	1

مقدار مثبت به تغییر این پارامتر حساب  
صحت است و پارامتر را تا جواب بچه جدول  
رایج کرد

سفر لولا =  $\frac{\text{سفر لولا}}{\text{عناصر لولا}} = \frac{(0, 2, -1, 1, 1)}{2} = (0, 0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

سفر دوم = سفر جدید

$$Z = (1, 0, 0, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) - (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (1, 0, 0, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2})$$

$$x_1 = (0, 1, 1, 1, 0, 2) - (1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = (0, 1, 1, 1, 0, 2) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = (0, 1, 2, 1, 0, 2)$$

جواب  $x_1 = \frac{3}{2}$   
جانب  $x_2 = \frac{1}{2}$   
 $s_1 = s_2 = 0$   
 $Z = 4$

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

حجاب صفت

$$c_B B^{-1}b = (2, 0) \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = 8$$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
z	1	0	1	2	0	8
$x_1$	0	1	1	1	0	4
$s_2$	0	0	2	-1	1	-1
$\theta$				$\frac{1}{2}$		
z	1	0	0	0	2	4
$x_1$	0	1	3	0	1	3
$s_1$	0	0	-2	1	-1	1

مربوط جسی دارم چون در جدول 2  
معنی دارد و می شود معنی را اعلام  
چون جدول 2 معنی ایجاد می کند  
معنی جدول 2 معنی را نشان می دهد  
نسبت به تغییر این پارامتر معنی جدول 2  
در پایه simplex جدول 2 را در هم تا جواب  
بگیریم باید انجام

$$z = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 4$$

$$z = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - (2) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 4 + (0 \ 0 \ 4 \ -2 \ 2) = 4 + 0 = 4$$

$$x_1 = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - (1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 3 + (0 \ 0 \ 2 \ -1 \ 1) = 3 + 0 = 3$$

$$x_1 = 3$$

$$R4PCO \mid s_1 = 1 \quad z = 4$$

این مثال قیاسی است اگر با از 2 به 3 تغییر یابیم چه تغییری در جواب دارد

اگر با از 2 به 1 تغییر

معنی تغییرات همان با را جایگزین

ج) اگر  $b_1$  از ۳ به ۷ افزایش یابد چه تغییری در بهینه‌ها دارد؟

( $\rightarrow$ ) اگر  $b_1$  از ۳ به ۲ کاهش یابد

( $\rightarrow$ ) حدود تغییرات هم‌زمان  $b_1$  را بیابید

$$B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+0=2 \\ -2+7=5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$C_B B^{-1} b = (2, 0) \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = 4$$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b	
z	1	0	1	2	0	4	هم‌زمان بهینه را پیدا می‌دهم
$x_1$	0	1	1	1	0	2	سردسته‌ها بودن مسئله
$s_2$	0	0	2	-1	1	5	حاصل ضعیف است چون مقادیر مثبت کم‌تر است پس اعداد خاصی است

$$B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+0=2 \\ -2+2=0 \end{bmatrix}$$

$$C_B B^{-1} b = (2, 0) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 4$$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b	
z	1	0	1	2	0	4	
$x_1$	0	1	1	1	0	2	
$s_2$	0	0	2	-1	1	0	

Subject:  
Date:

انرژی منبع ۱ از ۲ به ۴ بهترین راهکار آن است به از حاصل ۱ تا ۲ تا ۳ منبع (۳=۳)

از حاصل ۲ تا ۳ منبع (۳=۳) به ازای این تولید اضافه تولید منبع ۱ به اندازه ۱ واحد

در این حالت خواهد ماند ( $s_1=1$ ) و از منبع ۲ چیزی در این راهکار نمی‌ماند ( $s_2=0$ )

در این حالت این تولید برابر ۲ خواهد بود ( $Z=4$ )

$$B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_B B^{-1} b = (2, 0) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 4$$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b	
z	1	0	1	2	0	2	سردسته‌ها بودن مسئله
$x_1$	0	1	1	1	0	1	مطلوب‌ترین راهکار را پیدا می‌کند
$s_2$	0	0	2	-1	1	2	است

$$B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2+\Delta \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\Delta \\ 1-\Delta \end{bmatrix}$$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b	
z	1	0	1	2	0		در این حالت افزایش در $b_1$ یا $b_2$ واحد بهینه
$x_1$	0	1	1	1	0	$2+\Delta$	در $b_1$ سردسته بودن مشکل نخواهد شد
$s_2$	0	0	2	-1	1	$1-\Delta$	

$$\begin{cases} 2+\Delta \geq 0 \Rightarrow \Delta \geq -2 \\ 1-\Delta \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 1 \end{cases}$$

۱۴۳۰

Time

$$B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ r+\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & \dots \\ -r & r+\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r+\Delta \\ 1+\Delta \end{bmatrix}$$

	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$\bar{b}$
$z$	1	0	1	$r$	0	
$x_1$	0	1	1	1	0	$r+\Delta$
$s_2$	0	0	$r$	-1	1	$1+\Delta$

$$\begin{aligned} r+\Delta > 0 &\Rightarrow \Delta > -r \quad -r < \Delta < -1 \\ 1+\Delta > 0 &\Rightarrow \Delta > -1 \end{aligned}$$

Subject: \_\_\_\_\_  
 Date: \_\_\_\_\_

۲۸

الف) اگر اینها از صورت محدودیت  $x_1 + 2x_2 \leq 4$  بر مسئله جدید باشد؟  
 ب) اگر اینها از صورت محدودیت  $2x_1 + x_2 \leq 3$  بر مسئله جدید باشد؟

حجاب صورت الف

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ s_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ s_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ z = 4 \\ 2 + 2(0) = 2 \leq 4 \quad \checkmark \end{cases}$$

حدهودیت را نشانی می‌باید و جواب مسئله را تغییر نمی‌دهد.

حجاب صورت ب

$$2x_1 + x_2 \leq 3$$

حدهودیت صورت اول  $2x_1 + x_2 + s_1 = 3 \quad 2(2) + 0 = 4 > 3 \quad \times$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
z	1	0	1	2	0	0	4
$x_1$	0	1	1	1	0	0	2
$s_1$	0	0	2	-1	1	0	1
$s_2$	0	2	1	0	0	1	3
z	1	0	1	2	0	0	4
$x_1$	0	1	1	1	0	0	2
$s_1$	0	0	2	-1	1	0	1
$s_2$	0	0	-1	-1	0	1	-1
$\theta$		-1	1	1	-1	-	-
z	1	0	0	0	1	0	3
$x_1$	0	1	0	-1	0	1	1
$s_1$	0	0	-1	-1	1	2	2
$s_2$	0	0	1	2	0	-1	1

مثال LP زیر به عنوان جدول گسسته آن را در دفتر کنید

max Z =  $4x_1 + 9x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

	z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
z	1	0	0	0	0	0
$x_1$	0	1	1	1	0	4
$s_1$	0	0	0	1	1	1
$s_2$	0	0	0	0	1	1

Subject: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_

79

Z	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>	s <sub>3</sub>	b
Z	1	0	0	0	0	3
x <sub>1</sub>	0	1	0	0	0	4
s <sub>1</sub>	0	0	1	0	0	5
x <sub>2</sub>	0	0	0	1	0	2

سطر جاگزین لولا = سطر لولا - (0) = سطر لولا  
 سطر لولا = سطر لولا - (0) = سطر لولا

(سطر جاگزین لولا) - (آن سطر) = سطر جدید  
 سطر جدید = سطر لولا - سطر لولا

جدید Z = (1 0 0 0 0 0) - (1) (0 0 1 2 0 0) = (1 0 0 0 0 0)  
 + (0 0 0 0 0 0) = (1 0 0 0 0 0)

جدید x<sub>1</sub> = (0 1 1 0 0 0) - (1) (0 0 1 2 0 0) = (0 1 0 0 0 0)  
 + (0 0 0 0 0 0) = (0 1 0 0 0 0)

جدید s<sub>1</sub> = (0 0 2 0 1 0) - (2) (0 0 1 2 0 0) = (0 0 0 0 1 0)  
 + (0 0 0 0 0 0) = (0 0 0 0 1 0)



Subject: ۳۱  
Date:

$$B^{-1} \alpha_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

دوبت وقت العتف

$$C_B B^{-1} \alpha_r - C_r = (2, 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 = 2$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
Z	1	0	0	0	0	4
$x_1$	0	2	1	1	0	2
$s_2$	0	1	2	-1	1	1

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
Z	1	0	0	1	0	2
$x_1$	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1
$s_2$	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1	0

مسئله خاص کیفیت است

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ s_1 = 0 \\ s_2 = 0 \end{cases} \quad Z = 2$$

$$MPS_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} s_1 = 0 \\ s_2 = 0 \end{matrix}$$

$$0 = \frac{2}{2} - \frac{3}{2} = 1.0$$

$$\text{مستخرج کلین} = \frac{\text{مستخرج لولا}}{\text{مستخرج لولا}} = \frac{(0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2)}{2} = (0 \ 1 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 0 \ 1)$$

$$\text{مستخرج کلین} = \text{مستخرج لولا} - \left( \frac{\text{مستخرج کلین}}{\text{مستخرج لولا}} \right) \times \text{مستخرج لولا}$$

$$Z = (1 \ 2 \ 12 \ 0 \ 4) - 2 \left( 0 \ 1 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 0 \ 1 \right) - 3 \left( 0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2 \right)$$

$$10 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2$$

مثال: مسئله زیر به هم داده بجهت آن در دستگیر کنید:

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
Z	1	0	0	0	0	0
$x_1$	0	1	1	1	0	2
$s_2$	0	0	2	-1	1	1

اگر  $\alpha_r$  از  $(1 \ 2)$  به  $(2 \ 3)$  تغییر یابد چه تأثیری دارد؟

$$\alpha_r = (2 \ 3) - (1 \ 2) = (1 \ 1)$$

Subject:  
Date:

اگر مسئله زیر را به این شکل تغییر دهیم و آن را حل کنید

$$B^{-1} \alpha_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C_B B^{-1} \alpha_r - C_r = (2, 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 = 3$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	b
Z	1	0	0	0	0	4
$x_1$	0	1	2	1	0	2
$s_2$	0	0	1	-1	1	1

مسئله را این شکل خاص

موفق و سلامت باشید