بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه فنی و حرفه ای دختران ارومیه

درس تحقیق در عملیات ۲

جلسه اول

استاد: اکرم سلطان‌پور

فهرست

فصل اول

برنامه‌ریزی خطی

(شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس و روش سمپلکس تجدیدنظر شده)

$$\text{Max} \quad Z = CX$$

s.t :

$$AX \le b$$

$$X \ge 0$$

تعریف ماتریسی مسألهٔ برنامه‌ریزی خطی

مدل عمومی برنامه‌ریزی خطی، علاوه بر تابع هدف دارای n متغیر تصمیم و m محدودیت کارکردی است. متغیرهای تصمیم با x_j و ضرایب تابع هدف را با C_j نشان دادیم. همچنین ضریب متغیرهای تصمیم در محدودیتهای کارکردی با a_{ij} بیان شد که به آنها «ضریب فنی» نیز گفته می‌شد. از طرفی مقادیر سمت راست محدودیتهای کارکردی را تحت عنوان ستون b معرفی نمودیم که در آن b_i مقدار ارزشی ردیف iام در ستون مقادیر سمت راست بود. بر این اساس و به منظور یادآوری یکبار دیگر مدل برنامه‌ریزی خطی را در فرم عمومی و نمادین می‌نویسیم.

$$\text{Max} \quad Z = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n$$

s.t :

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\le b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\le b_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\quad \vdots \quad \vdots \qquad\quad &\;\;\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\le b_m \\
x_j \ge 0 \qquad\qquad (j = 1, 2, 3, \dots, n)
\end{aligned}$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود مدل فوق یک مدل استاندارد LP است که تمام محدودیتهای کارکردی آن از نوع کوچکتر یا مساوی ($\le$) هستند. در صورتی که بخواهیم مدل فوق را به صورت ماتریسی نشان دهیم، می‌توانیم ماتریس‌های چهارگانه زیر را تشکیل دهیم.

$$C = (C_1, C_2, \dots, C_n)$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

حال اگر نامعادلات موجود در مدل LP را با اضافه کردن متغیرهای کمکی (S_i) به معادله تبدیل نماییم خواهیم داشت:

$$\text{Max} \quad Z = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n$$

$$\text{s.t}:$$

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + S_1 &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + S_2 &= b_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \qquad\quad &\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + S_m &= b_m
\end{aligned}
$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$S_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

بنابراین می‌توانیم بردار ستونی متغیرهای کمکی را به صورت زیر تشکیل دهیم:

$$S = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{pmatrix}$$

بنابراین شکل کلی مدل برنامه‌ریزی خطی پس از اضافه نمودن متغیرهای کمکی به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Max} \quad Z = C.X \qquad\qquad \text{Max} \quad Z = C.X$$

$$\text{s.t}: \qquad\qquad\qquad\qquad \text{s.t}:$$

$$[A, I]\begin{bmatrix} X \\ S \end{bmatrix} = b \quad \Rightarrow \quad AX + S = b$$

$$\begin{pmatrix} X \\ S \end{pmatrix} \geq 0 \qquad\qquad X, S \geq 0$$

مثال ۱. مدل برنامه‌ریزی خطی زیر داده شده است.

$$\text{Max} \quad Z = ۳x_۱ + ۲x_۲ + ۵x_۳$$

s.t :

$$\begin{aligned} x_۱ + ۲x_۲ + x_۳ + S_۱ &= ۴۳۰ \\ ۳x_۱ + ۲x_۳ + S_۲ &= ۴۶۰ \\ x_۱ + ۴x_۲ + S_۳ &= ۴۲۰ \end{aligned}$$

$$x_j \geq ۰ \qquad (j = ۱, ۲, ۳)$$

$$S_j \geq ۰ \qquad (i = ۱, ۲, ۳)$$

حال می‌توان مدل فوق را به شکل ماتریسی تبدیل نمود، بنابراین:

$$C = (۳ \;\; ۲ \;\; ۵) \qquad b = \begin{pmatrix} ۴۳۰ \\ ۴۶۰ \\ ۴۲۰ \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} ۱ & ۲ & ۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۴ & ۰ \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{pmatrix} \qquad S = \begin{pmatrix} s_۱ \\ s_۲ \\ s_۳ \end{pmatrix}$$

$$\text{Max} \quad Z = (۳ \;\; ۲ \;\; ۵) \begin{pmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{pmatrix}$$

s.t :

$$\text{Max} \quad Z = CX$$

s.t :

$$[A, I] \begin{bmatrix} X \\ S \end{bmatrix} = b \Rightarrow \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۳ & ۰ & ۲ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۴ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \\ s_۱ \\ s_۲ \\ s_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴۳۰ \\ ۴۶۰ \\ ۴۲۰ \end{bmatrix}$$

$$X, S \geq ۰$$

$$x_j \geq ۰ \qquad (j = ۱, ۲, ۳)$$

$$S_j \geq ۰ \qquad (i = ۱, ۲, ۳)$$

هر کدام از متغیرهای تصمیم که اغلب به عنوان فعالیت یا محصول شناخته می‌شوند می‌بایست برای انجام یا تولید از یک سری منابع استفاده نماید، مقدار مصرف هر واحد فعالیت یا محصول را از هر منبع با a_{ij} نشان می‌دهند و آن را مقدار مصرف هر واحد فعالیت jام از منبع iام می‌نامند. نکته‌ای که در اینجا حائز اهمیت است آن است که هزینهٔ هر واحد فعالیت یا محصول اغلب به میزان کل منابع مصرفی آن بستگی دارد. بنابراین می‌بایست بدنبال برداری باشید که مقدار منابع مصرفی هر واحد فعالیت یا محصول را از کلیهٔ منابع نشان دهد این بردار در برنامه‌ریزی خطی به عنوان P_j تعریف شده است. به عنوان نمونه مقدار مصرف فعالیت یا محصول سوم x_3 از کلیهٔ منابع برابر با $P_{x_3}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$ می‌باشد، این بردار بدان معنی است که مقدار منبع مصرفی این فعالیت به ازای هر واحد از منبع اول ۱ واحد، از منبع دوم ۲ واحد و از منبع سوم صفر واحد است. با این توضیح ماتریس $[A, I]$ را می‌توان به صورت زیر نشان داد

$$[A,I]=\left[P_{x_1},P_{x_2},P_{x_3},P_{s_1},P_{s_2},P_{s_3}\right]$$

واضح است که ماتریس $[A, I]$ یک ماتریس $m\times(m+n)$ خواهد بود.

شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

در روش سیمپلکس همواره دو نوع تابلو قابل تعریف می‌باشد که عبارتند از:

الف) تابلوی آغازین سیمپلکس

ب) تابلوی غیر آغازین سیمپلکس

تابلوی آغازین، تابلویی است که بیانگر مدل برنامه‌ریزی خطی متناسب با حل به طریق سیمپلکس می‌باشد. در صورتی که مدل عمومی برنامه‌ریزی خطی را مدرک تعریف تابلوی آغازین سیمپلکس قرار دهیم.

تابلوی آغازین سیمپلکس در فرم استاندارد

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2		x_n	s_1	s_2	...	s_m	مقادیر سمت راست
Z_0	1	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0	0
S_1	0	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
S_2	0	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
S_m	0	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m

ماتریس B

همچنان که در جدول فوق نشان داده شده است، شروع الگوریتم سیمپلکس با متغیرهای کمکی همراه می‌باشد. آن دسته از متغیرهایی که در تابلوی آغازین سیمپلکس به عنوان متغیرهای اساسی تعریف می‌شود، «متغیرهای آغازین» نامیده می‌شود و سایر متغیرهای مدل (متغیرهای غیراساسی در تابلوی آغازین) را «متغیرهای غیرآغازین» گویند. ماتریس متغیرهای اساسی را نیز با نماد B نشان می‌دهند. همانگونه که در جدول ملاحظه می‌شود B یک ماتریس یکه است که از ضرایب متغیرهای کمکی حاصل می‌شود.

مثال

براساس مفاهیم و تعاریف فوق می‌توان تابلوی آغازین مدل ارائه شده در مثال ۱ را به صورت جدول زیر نشان داد.

تابلوی آغازین و نمایش متغیرهای آغازین و غیرآغازین

متغیرهای اساسی	Z_0	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	مقادیر سمت‌راست
		متغیرهای غیرآغازین			متغیرهای آغازین			
Z_0	۱	-۳	-۲	-۵	۱	۰	۰	۰
S_1	۰	۱	۲	۱	۰	۱	۰	۴۳۰
S_2	۰	۳	۰	۲	۰	۰	۱	۴۶۰
S_3	۰	۱	۴	۰	۰	۰	۱	۴۲۰

ماتریس B

$$B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\quad P_{x_1}=\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$$

$$a_{11}=1 \qquad -C_1=-3 \qquad b=\begin{pmatrix}430\\460\\420\end{pmatrix}$$

از مباحث پیشین سیمپلکس به یاد دارید که در هر تکرار سیمپلکس همواره یک متغیر ورودی، جایگزین یک متغیر اساسی می‌شد. تا اینکه تابلوی سیمپلکس جدید حاصل شود. همچنین می‌دانید براساس عنصر لولا به گونه‌ای عمل می‌شد که ستون لولا یکه گردد. بدین ـ ترتیب ماتریس متغیرهای آغازین در تابلوی سیمپلکس از حالت یکه خارج می‌شد. به عبارت دیگر در حالی که یک ستون از متغیرهای غیرآغازین یکه می‌شد، ستون دیگر از ماتریس B غیر یکه می‌گردید. این همان روش «گوس ــ جردن» برای پیدا کردن معکوس یک ماتریس است. فرض نمایید که ماتریس A را در یک ماتریس یکه (I) ضرب کرده‌اید، در حالی که هر ستون A

را یکه می‌کنید، یکی از ستونهای ماتریس I، غیر یکه می‌شود. همانگونه که در مدل LP مشاهده نمودید ضرایب متغیرهای تصمیم و متغیرهای کمکی در محدودیت‌ها به صورت [A, I] نشان داده می‌شود بنابراین در شکل ماتریسی تابلوی آغازین می‌توان آن را به صورت [A, B] نشان داد که در آن B یک ماتریس یکه است که در تکرارهای بعدی از حالت یکه خارج می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که: «در هر تابلوی سیمپلکس ماتریس ضرایب متغیرهای آغازین، معکوس ضرایب فنی متغیرهای اساسی در تابلوی اولیه است که آن را با B^{-1} نشان می‌دهیم.»

در تابلوی آغازین $B = B^{-1} = I$ می‌باشد

در شکل نمادین عناصر تابلوی سیمپلکس را از تکرار دوم به بعد به صورت زیر درنظر می‌گیرند.

ضریب متغیر زام در سطر صفر	$Z_j - C_j$:
ضریب فنی متغیر زام در محدودیت ‌iام:	$\bar{a}_{ij}$:
بردار ستونی ضرایب فنی متغیر jام	$\bar{P}_j$:
بردار ستونی مقادیر سمت راست	$\bar{b}$:
مقدار سمت راست محدودیت iام	$\bar{b}_i$:
مقدار Z کل در سمت راست	Z :

ناگفته نباشد که در فرم استاندارد LP در تکرار آغازین سیمپلکس؛ روابط زیر نیز صادق است:

$$Z_j - C_j = -C_j$$

$$\bar{a}_{ij} = a_{ij}$$

$$\bar{P}_j = P_j$$

$$\bar{b}_i = b_i$$

$$\bar{b} = b$$

$$Z = ۰$$

براساس عناصر و نمادهای فوق‌الذکر یک تابلوی غیرآغازین را به صورت جدول ذیل می‌توان نشان داد.

تابلوی دوم سیمپلکس

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	مقادیر سمت‌راست
		متغیرهای غیرآغازین			متغیرهای آغازین			
Z	۱	$\frac{9}{2}$	-2	۰	۰	$\frac{5}{2}$	۰	۱۱۵۰
s_1	۰	$-\frac{1}{2}$	۲	۰	۱	$-\frac{1}{2}$	۰	۲۰۰
x_3	۰	$\frac{3}{2}$	۰	۱	۰	$\frac{1}{2}$	۰	۲۳۰
s_3	۰	۱	۴	۰	۰	۰	۱	۴۲۰

B^{-1}

می‌توان برخی از عناصر تابلوی فوق را به صورت زیر در حالت نمادین نشان داد

$$Z_{x_1} - C_{x_1} = \frac{9}{2} \qquad Z_{s_2} - C_{s_2} = \frac{5}{2}$$

$$\bar{P}_{x_1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \bar{P}_{s_1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Z = 1150$$

$$b = \begin{pmatrix} 200 \\ 230 \\ 420 \end{pmatrix} \qquad \bar{a}_{32} = 4$$

گفته شد که ماتریس ضرایب فنی متغیرهای آغازین در هر تکرار سیمپلکس بیانگر B^{-1} یعنی معکوس ماتریس متغیرهای اساسی است. با استفاده از رابطهٔ زیر می‌توان به صحت این ارتباط پی برد

$$B^{-1} . B = I$$

حالت صحت رابطه براساس تابلوی دوم مثال ۱ بررسی می‌شود. براساس جدول

متغیرهای اساسی عبارتند از: $\begin{bmatrix} S_1 \\ X_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$ بنابراین ماتریس B به صورت زیر خواهد بود

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

با توجه به تعریف رابطه می‌بایست حاصلضرب B در B^{-1} به یک ماتریس یکه تبدیل شود بنابراین:

$$B^{-1}.B = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

می‌توان مهمترین روابط تابلوهای سیمپلکس را به صورت زیر بازنویسی کرد.

۱. محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر jام: $\bar{P}_j = B^{-1}.P_j$

۲. محاسبهٔ مقادیر سمت راست $\bar{b} = B^{-1}.b$

۳. محاسبهٔ ضرایب سطر صفر متغیر j:

$$Z_j - C_j = \bar{C}_j \Rightarrow Z_j - C_j = C_B.\bar{P}_j - C_j$$

۴. محاسبهٔ Z کل: $Z = C_B.\bar{b}$

به راحتی می‌توان روابط فوق را در تابلوی سیمپلکس نشان داد.

روابط ریاضی در تابلوی سیمپلکس

مقادیر سمت راست	متغیرهای آغازین	متغیرهای غیرآغازین	متغیرهای اساسی
$C_B.\bar{b} = Z$	$Z_j - C_j = \bar{C}_j = C_B \bar{P}_j - C_j$		Z_0
$\bar{b} = B^{-1}.b$	B^{-1}	$\bar{P}_j = B^{-1}.P_j$	متغیرهای اساسی

مثال

شکل ناقص تابلوی بهینهٔ مثال ۱

	متغیرهای غیرآغازین				متغیرهای آغازین			
متغیرهای اساسی	Z_0	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	مقادیر سمت‌راست
Z_0								
x_2					$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	
x_3					0	$\frac{1}{2}$	0	
s_3					-2	1	1	

B^{-1}

می‌دانید که با استفاده از روابط ریاضی به سادگی می‌توان عناصر نامشخص جدول را محاسبه نمود. ابتدا $\overline{P}_{x_1}$، $\overline{P}_{x_2}$ و P_{x_3} به صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$\overline{P}_{x_1}=B^{-1}.P_{x_1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0\\ -2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{4}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{bmatrix}$$

$$\overline{P}_{x_2}=B^{-1}.P_{x_2}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0\\ -2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\0\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\overline{P}_{x_3}=B^{-1}.P_{x_3}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0\\ -2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

حال به محاسبهٔ $\overline{b}$ توجه نمایید.

$$\overline{b}=B^{-1}.b=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0\\ -2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}430\\460\\420\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}100\\230\\20\end{bmatrix}$$

حال می‌توان سطر صفر تابلوی سیمپلکس و مقدار Z^* را به صورت زیر محاسبه نمود

$$\overline{C}_{x_1}=C_B.\overline{P}_{x_1}-C_{x_1}=(2\quad 5\quad 0)\begin{bmatrix}-\frac{1}{4}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{bmatrix}-3=4$$

$$\overline{C}_{x_2}=C_B.\overline{P}_{x_2}-C_{x_2}=(2\quad 5\quad 0)\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}-2=0$$

$$\overline{C}_{x_۳} = C_B \cdot \overline{P}_{x_۳} - C_{x_۳} = (۲ \quad ۵ \quad ۰) \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} - ۵ = ۰$$

$$\overline{C}_{s_۱} = C_B \cdot \overline{P}_{s_۱} - C_{s_۱} = (۲ \quad ۵ \quad ۰) \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} \\ ۰ \\ -۲ \end{bmatrix} - ۰ = ۱$$

$$\overline{C}_{s_۲} = C_B \cdot \overline{P}_{s_۲} - C_{s_۲} = (۲ \quad ۵ \quad ۰) \begin{bmatrix} -\frac{۱}{۴} \\ \frac{۱}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix} - ۰ = ۲$$

$$\overline{C}_{۳} = C_B \cdot \overline{P}_{s_۳} - C_{s_۳} = (۲ \quad ۵ \quad ۰) \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} - ۰ = ۰$$

$$Z^* = C_B \cdot \overline{b} = (۲ \quad ۵ \quad ۰) \begin{bmatrix} ۱۰۰ \\ ۲۳۰ \\ ۲۰ \end{bmatrix} = ۱۳۵۰$$

تابلوی کامل شده با استفاده از روابط ریاضی

متغیرهای اساسی	Z	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$s_۱$	$s_۲$	$s_۳$	مقادیر سمت راست
$Z_۰$	۱	۴	۰	۰	۱	۲	۰	۱۳۵۰
$x_۲$	۰	$-\frac{۱}{۴}$	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۴}$	۰	۱۰۰
$x_۳$	۰	$\frac{۳}{۲}$	۰	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	۰	۲۳۰
$s_۳$	۰	۲	۰	۰	۲-	۱	۱	۲۰

تمرینات

۱. تابلوی آغازین و بخشی از تابلوی نهایی یک مدل برنامه‌ریزی خطی که بـه روش سیمپلکس حل شده است، به صورت زیر داده شده است:

با استفاده از روابط ریاضی سیمپلکس تابلوی نهایی مدل مدل را تکمیل کنید.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	R.H.S
Z_0	۱	−۵	−۷	−۸	۰	۰	۰	۰	۰
S_1	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۳۲
S_2	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۲۰
S_3	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۱۵
S_4	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱۸
Z_0	۱								
x_2	۰				۱	۰	۰	−۱	
S_2	۰				۰	۱	۰	۰	
S_3	۰				−۱	۰	۱	۱	
x_3	۰				۰	۰	۰	۱	

۲. تابلوی آغازین و بخشی از تابلوی نهایی یک مدل برنامه‌ریزی خطی که بـه روش سیمپلکس حل شده است، به صورت زیر داده شده است:

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S	
Z_0	۱	−۷۰	−۸۰	۰	۰	۰	۰	
S_1	۰	۲	۱	۱	۰	۰	۱۹	تابلوی آغازین ⇐
S_2	۰	۱	۱	۰	۱	۰	b_2	
S_3	۰	۱	۲	۰	۰	۱	b_3	
Z_0								
x_1				$\frac{2}{3}$	۰	$-\frac{1}{3}$	۶	
S_2				$-\frac{1}{3}$	۱	$-\frac{1}{3}$	۱	تابلوی نهایی ⇐
x_2				$-\frac{1}{3}$	۰	$\frac{2}{3}$	۷	

مطلوب است :

الف) مقدار b_1 و b_2 (مقادیر سمت راست مدل) را بدست آورید.

ب) با استفاده از روابط ریاضی سیمپلکس مقادیر نامعلوم تابلوی نهایی سـیمپلکس را محاسبه کنید.

موفق و سلامت باشید