

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

دانشگاه فنی و حرفه ای دختران ارومیه

درس تحقیق در عملیات ۲

جلسه سوم

استاد: اکرم سلطانپور

فهرست

فصل اول

برنامه‌ریزی خطی (شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس و روش سیمپلکس تجدیدنظر شده)

فصل دوم

برنامه‌ریزی خطی (تحلیل حساسیت و برنامه‌ریزی پارامتریک)

فصل سوم

برنامه‌ریزی خطی (مدل حمل و نقل)

فصل چهارم

برنامه‌ریزی خطی (مدل تخصیص)

فصل پنجم

مقدمه‌ای بر برنامه‌ریزی عدد صحیح

فصل دوم

برنامه ریزی خطی

(تحلیل حساسیت و برنامه ریزی پارامتریک)

تحلیل حساسیت و برنامه ریزی پارامتریک: بررسی تغییرات ایجاد شده پس از

حل مدل و رسیدن به جواب بهینه را تحلیل پس بهینه گویند. تحلیل پس بهینه

شامل تحلیل مجزا و منفرد تغییرات در مدل است که به تحلیل حساسیت معروف است.

است و همچنین شامل تحلیل همزمان و پیوسته تغییرات در مدل برنامه ریزی خطی

است که به برنامه ریزی پارامتریک معروف است.

تحلیل حساسیت: در این فصل می خواهیم بررسی کنیم که مسئله نسبت به تغییرات جزئی

که در آن ایجاد می شود چقدر حساس است و حساسیت مسئله را نسبت به این تغییرات

تحلیل کنیم

دو نوع پارامتر داریم. پارامترهایی که تغییر در آن ها باعث می شود مسئله از بهینه یا

سُدنی بودن خارج شود در این صورت ما کو بیع مسئله نسبت به این تغییر حساس می تری است

نوع دوم پارامترهایی که سُدنی بودن یا بهینه را مختل نمی کنند ولی مقدار بهینه یا جواب بهینه

را تغییر می دهند در این صورت کو بیع مسئله نسبت به این تغییر حساس ضعیف است

نوع سوم پارامترها آن های هستند که نه شرط سُدنی بودن و بهینه را مختل می کنند و نه

جواب مقدار بهینه را تغییر می دهند در این صورت کو بیع مسئله نسبت به این تغییر حساس نیست

شرط بهینه } مسئله ما کو بیع: در سطح Z متناظر با متغیرها مؤلفه مثبت نداشته باشیم.

مسئله منبسط: در سطح Z متناظر با متغیرها مؤلفه مثبت نداشته باشیم.

شرط سُدنی بودن (مسترات برای ما کو بیع و منبسط): در سطح b متناظر با متغیرهای پایه ای

مؤلفه منفی نداشته باشیم

تحلیل حساسیت

۱- تغییر در Z ها

۲- تغییر در b ها

۳- تغییر در a ها

۴- اضافه یا کم شدن محدودیت جدید

۵- اضافه یا کم شدن متغیر تصمیم جدید

Subject :

جدول مسئله به صورت زیر است :

روی مسئله

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 120$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	\bar{b}
1	1	0	2	100	0	100
2	0	1	1	0	120	120
3	1	0	0	-1	1	120

الف) جواب بهینه را به دست آورده و آن را تفسیر کنید؟

- ب) اگر C_1 از 1 به 2 تغییر یابد چه تأثیری دارد؟
 بیا اگر C_1 از 1 به 4 تغییر یابد چه تأثیری دارد؟
 ج) اگر C_3 از 3 به 2 تغییر یابد چه تأثیری دارد؟

د) حدود تغییرات C_3 را طوری پیدا کنید که جدول بهینه باقی بماند؟

- الف) یعنی باید از محصول 2، 60 تا 100 تولید کنیم
 نشان دهنده از این تولید 20 تا از مواد اولیه مصرف نمی شود و در انبار باقی می ماند
 یعنی از محصول 1 نباید تولید کنیم
 نشان دهنده از نیروی کار چیزی باقی نمی ماند از این تولید
 یعنی نباید از محصول 3 تولید کنیم

ب) برای این مقدار بهینه سود برابر با 300 می باشد $\rightarrow Z^* = 300$ مقدار بهینه

Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	\bar{b}
1	1	0	2	100	0	100
2	0	1	1	0	120	120
3	1	0	0	-1	1	120

مسئله نسبت به این تغییر حساس نیست و جواب بهینه همان قبل خواهد بود و با وجود افزایش سود محصول 1 ارزش ندارد خط تولید را عوض کنیم. $\rightarrow 3 - 2 = 1$

$$C_B B^{-1} a_1 - c_1 = (3 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 = 3 - 2 = 1$$

تحلیل حساسیت تغییر در ضرایب تابع هدف ما (Z C ها)

الف) تغییر در ضرایب متغیرهای پایه ای در تابع هدف: در این صورت چون C_B تغییر نکند

و B^{-1} در کل سطر Z موجود است لذا اگر سطر Z را مجدداً با B^{-1} محاسبه کرد. اگر جدول

از بهینگی خارج نشود مسئله حساس قوی خواهد بود اما اگر جدول از بهینگی خارج نشود

و فقط مقدار بهینه تغییر کرد مسئله حساس ضعیف خواهد بود و اگر مقدار بهینه هم تغییر

نکرد مسئله حساس نخواهد بود.

ب) تغییر در ضرایب متغیرهای غیر پایه ای در تابع هدف: در این صورت فقط مؤلفه

زیر همان متغیر در سطر Z تغییر خواهد کرد لذا از فرمول $Z - C - Z C_B B^{-1} a_j$ مجدداً مؤلفه را

محاسبه کرده و اگر جدول از بهینگی خارج نشود مسئله حساس قوی خواهد بود و اگر جدول

از بهینگی خارج نشود مسئله حساس نخواهد بود.

مثال: کارخانه تولیدی آلفا قابلیت تولید انواع محصول را دارد. اطلاعات حاصل در جدول زیر

آمره است	مقدار کل منابع	محصول 1	محصول 2	محصول 3
نیروی کار	100	1	1	2
مواد اولیه	120	2	1	2
سود		1	3	2

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	$3 - c_1$	0	4	3	0	300
x_2	0	1	1	2	1	0	100
s_2	0	1	0	0	-1	1	20

$$C_B B^{-1} a_1 - c_1 = (3 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - c_1 = 3 - c_1$$

$$3 - c_1 \geq 0 \Rightarrow 3 \geq c_1 \quad \text{حدود مجاز } c_1$$

معنی دلتا 2 تا 3 یعنی تغییرات ناممکن نیستند. $3 \geq 1 + \Delta \Rightarrow 2 \geq \Delta$ حدود تغییرات مجاز

تجدید: اگر c_2 از 3 به 0 کاهش یابد چه تأثیری دارد؟ $\max Z = x_1 + 2x_3$

تجدید: اگر درستی است تا چه خود درستی

با حدود مجاز تغییرات c_2 را پیدا کنید؟

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	-1	0	-2	0	0	0
x_2	0	1	1	2	1	0	100
s_2	0	1	0	0	-1	1	20
Z	1	0	1	0	1	0	100
x_3	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	50
s_2	0	1	0	0	-1	1	20

حیثیته 0 یا منفی
تقسیم نمی شود
بسطر اول با 2 ضرب شود

$$C_B B^{-1} a_1 - c_1 = (0 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 = -1$$

$$C_B B^{-1} a_2 - c_2 = (0 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 = -2$$

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	-1	0	4	3	0	300
x_2	0	1	1	2	1	0	100
s_2	0	1	0	0	-1	1	20
Z	1	0	0	4	2	0	320
x_2	0	0	1	2	2	-1	80
x_1	0	1	0	0	-1	1	20

دست آورد

مسئله نسبت به این تغییر حساس قوی است و باید جدول را ادامه داد و جواب بهینه جدید را بد

$$C_B B^{-1} a_1 - c_1 = (3 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 4 = 3 - 4 = -1$$

$$\begin{cases} x_2 = 80 \\ x_1 = 20 \\ x_3 = 0 \\ s_1 = 0 \\ s_2 = 0 \end{cases} \quad \text{جواب بهینه} \quad Z = 320$$

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	1	0	2	2	0	200
x_2	0	1	1	2	1	0	100
s_2	0	1	0	0	-1	1	20

$$C_B B^{-1} a_1 - c_1 = (2 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$C_B B^{-1} a_3 - c_3 = (2 \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$C_B B^{-1} a_{s_1} - c_{s_1} = (2 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - 0 = 2$$

$$C_B B^{-1} b = (2 \ 0) \begin{pmatrix} 100 \\ 20 \end{pmatrix} = 200$$

مسئله نسبت به این تغییر حساس

ضعیف است و مقدار بهینه از 300 به

200 کاهش یافته است.

$$Z = 300 \rightarrow Z = 200$$

$$c_B B^{-1} a_{s_1} - c_{s_1} = (0, 0, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - 0 = 0$$

$$c_B B^{-1} b = (0, 0, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$n_r = \frac{(0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)}{r} = (0 \ \frac{1}{r} \ \frac{1}{r} \ 1 \ \frac{1}{r} \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$$

$$s_r = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 1 \ 2 \ 0) - (0) (0 \ \frac{1}{r} \ \frac{1}{r} \ 1 \ \frac{1}{r} \ 0 \ 1 \ 0 \ 0) = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 1 \ 2 \ 0)$$

$$z = (1 \ -1 \ 0 \ -2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) - (-2) (0 \ \frac{1}{r} \ \frac{1}{r} \ 1 \ \frac{1}{r} \ 0 \ 1 \ 0 \ 0) + (0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$$

$$1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0$$

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	r	r - cr	r	r	0	r
x_2	0	1	1	r	1	0	1
s_2	0	1	0	0	-1	1	r

$$c_B B^{-1} a_r - c_r = (r, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - c_r = r - c_r$$

$$r - c_r \geq 0 \rightarrow r \geq c_r \rightarrow r \geq r + \Delta \quad \Delta$$

ب) اگر نیروی کار از ۱۰۰ به ۱۴۰ افزایش یابد چه تأثیری بر مسئله دارد؟

ج) حدود مجاز تغییرات b را بیابید که جدول همخوان بماند؟

جواب بهینه $Z = ۳۰۰$ مقادیر بهینه

$$\begin{cases} x_2 = 100 \\ s_2 = 20 \\ x_1 = 0 \\ x_3 = 0 \\ s_1 = 0 \end{cases}$$

الف)

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	1	0	4	3	0	300
x_2	0	1	1	2	1	0	100
s_2	0	1	0	0	-1	1	10

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & s_1 & s_2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$C_B B^{-1}b = (300) \begin{pmatrix} 100 \\ 10 \end{pmatrix} = 300$$

مسئله حساس نیست $Z = 300$ مقادیر بهینه

فقط میزبان باقی مانده در اقبال از مواد اولیه از ۲۰ به ۱۰ کاهش یافته یا صفت $(s_2 = 1 \Rightarrow s_2 = 0)$

جواب بهینه $\begin{cases} x_2 = 100 \\ s_2 = 10 \\ x_1 = x_3 = s_1 = 0 \end{cases}$

تغییر در مقدار سمت راست (b.i): تغییر در مقدار سمت راست محدودیت های کارکردی

سُدی بودن مسئله تأثیر دارد چون $\bar{b} = B^{-1}b$ در صورتی که مسئله همخوان سُدی بماند

در مقدار بهینه و جواب بهینه تغییر کنند مسئله حساس نیست در صورتی که مسئله همخوان سُدی

باقی بماند ولی جواب بهینه و مقدار بهینه تغییر کند مسئله حساس است در صورتی که

سُدی بودن مسئله مختل شود در این صورت مسئله حساس قوی است و باید با تغییرات

دوگان مسئله را ادامه دهیم.

مثال: مسئله زیر به همراه جدول بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \max Z &= x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad &x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \\ &2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 140 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b
Z	1	1	0	4	3	0	300
x_2	0	1	1	2	1	0	100
s_2	0	1	0	0	-1	1	20

الف) اگر مواد اولیه از ۱۴۰ به ۱۱۰ کاهش یابد چه تأثیری بر مسئله دارد؟

$$Z = (0.11210.14.) - (11) (0.1001-12.)$$

$$(0.100-11-2.)$$

$$0.2120112.$$

جواب بهینه

$$\begin{cases} x_2 = 14. \\ s_1 = 2. \\ x_1 = 0 \\ x_3 = 0 \\ s_2 = 0 \end{cases} \quad Z = 36.$$

مقدار بهینه

پس با افزایش نیرو کار از 0 تا 140 توکلید
توانستیم افزایش دهیم و 36 از ما به
12 افزایش پیدا کرد همچنان سرد از 3
36 افزایش پیدا کرد
این غیره است چون بشنوی بعد درن نقل برداشت

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	\bar{b}
Z	1	1	0	4	3	0	$3b_1$
x_2	0	1	1	2	1	0	b_1
s_2	0	1	0	0	-1	1	$-b_1 + 12.$

(ج)

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ 12. \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ -b_1 + 12. \end{pmatrix}$$

$$C_B B^{-1}b = (3, 0) \begin{pmatrix} b_1 \\ -b_1 + 12. \end{pmatrix} = 3b_1$$

$$\begin{cases} b_1 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq b_1 \leq 12. \\ -b_1 + 12. \geq 0 \Rightarrow 12. \geq b_1 \end{cases}$$

(ب)

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	\bar{b}
Z	1	1	0	4	3	0	42.
x_2	0	1	1	2	1	0	14.
s_2	0	1	0	0	-1	1	-2.
θ		-	-	-	$ \frac{3}{-1} $	-	
Z	1	4	0	4	0	3	36.
x_2	0	2	1	2	0	1	12.
s_1	0	-1	0	0	1	-1	2.

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14. \\ 12. \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14. \\ -2. \end{pmatrix}$$

مسئله حسابش قوی است و باید با روش

$$C_B B^{-1}b = (3, 0) \begin{pmatrix} 14. \\ -2. \end{pmatrix} = 42.$$

سیمپلکس دوگان مسئله را ادامه دهیم

$$\text{سطر جایگزین لولا} = \frac{\text{سطر لولا}}{\text{عنصر لولا}} = \frac{(0.100-11-2.)}{-1} = (0.1001-12.)$$

$$\text{سطر جایگزین لولا} = (\text{عنصر شاخص با آن سطر در جدول لولا}) - \text{سطر قدیم} = \text{سطر جدید}$$

$$Z = (110.430.42.) - (3) (0.1001-12.)$$

$$+ (0.300-33-6.)$$

MICRO

$$14040336.$$

حدود مجاز b $\leq b_1 \leq 1\%$ $\Rightarrow 0 \leq 100 + \Delta \leq 1\%$

حدود تغییرات مجاز b $100 \leq \Delta \leq 1\%$

موفق و سلامت باشید